

1

(1) さいころの目の3つが a で、1つが b ($a \neq b$) となるのは、 ${}_6P_2 = 30$ (通り) ある。

したがって、求める確率 P は

$$P = 30 \times {}_4C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{1}{6}\right)^1 = \underline{\underline{\frac{5}{54}}} \dots (\text{答})$$

(2) $0 \leq |x^2 + 6x - 1| \leq 7 - x$ より $x \leq 7 \dots \textcircled{1}$ で

$x - 7 \leq x^2 + 6x - 1 \leq 7 - x$ となる。

(i) $x - 7 \leq x^2 + 6x - 1$ より $x^2 + 5x + 6 \geq 0$

$$(x+2)(x+3) \geq 0 \quad \therefore x \leq -3, -2 \leq x \dots \textcircled{2}$$

(ii) $x^2 + 6x - 1 \leq 7 - x$ より $x^2 + 7x - 8 \leq 0$

$$(x+8)(x-1) \leq 0 \quad \therefore -8 \leq x \leq 1 \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1} \textcircled{2} \textcircled{3}$ の共通部分より $\underline{\underline{-8 \leq x \leq -3, -2 \leq x \leq 1}} \dots (\text{答})$

(3) $\frac{1}{2} = \log_{11} \sqrt{11}$ で $y = \log_{11} x$ は増加関数であるから

$3.1 < \pi < 3.2$ より $\sqrt{9.61} < \pi < \sqrt{10.24} < \sqrt{11}$ を利用して

$$\log_{11} \pi < \log_{11} \sqrt{11} = \frac{1}{2} \dots \textcircled{1} \text{ となる。}$$

また、 $\sqrt[4]{\frac{1}{8}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}}$ で $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ は減少関数である

から $\frac{3}{4} < 1$ より $\frac{1}{2} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{\frac{1}{8}} \dots \textcircled{2} \text{ となる。}$

$\textcircled{1} \textcircled{2}$ より $\underline{\underline{\log_{11} \pi < \frac{1}{2} < \sqrt[4]{\frac{1}{8}}}} \dots (\text{答})$

2

$$(1) X = \sin\theta - \cos\theta = \sqrt{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{4})$$

$$0 \leq \theta < 2\pi \text{ より } -\frac{\pi}{4} \leq \theta - \frac{\pi}{4} < 2\pi - \frac{\pi}{4} \text{ なので } -1 \leq \sin(\theta - \frac{\pi}{4}) \leq 1$$

$$\text{よって } \underline{\underline{-\sqrt{2} \leq X \leq \sqrt{2}}} \dots (\text{答})$$

$$(2) X^2 = 1 - 2\sin\theta\cos\theta \text{ より } \sin\theta\cos\theta = \frac{1-X^2}{2} \text{ --- ①}$$

$$Y = 4(\sin\theta - \cos\theta)(\sin^2\theta + \sin\theta\cos\theta + \cos^2\theta) + 3\sqrt{2}\sin\theta\cos\theta$$

$$= 4X(1 + \frac{1-X^2}{2}) + 3\sqrt{2}\frac{1-X^2}{2} \text{ (①より)}$$

$$= \underline{\underline{-2X^3 - \frac{3\sqrt{2}}{2}X^2 + 6X + \frac{3\sqrt{2}}{2}}} \dots (\text{答})$$

$$(3) Y' = -6X^2 - 3\sqrt{2}X + 6$$

= -3(2X - \sqrt{2})(X + \sqrt{2}) \text{ より } Y \text{ の増減は次のようになる}

X	$-\sqrt{2}$...	$\frac{\sqrt{2}}{2}$...	$\sqrt{2}$
Y'		+	0	-	
Y		↗	極大	↘	

$$X = -\sqrt{2} \text{ のとき } Y = -\frac{7\sqrt{2}}{2} \quad (\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{2}\pi \text{ より } \theta = \frac{7}{4}\pi)$$

$$X = \sqrt{2} \text{ のとき } Y = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$X = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ のとき } Y = \frac{13}{4}\sqrt{2} \quad (\theta - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi \text{ より } \theta = \frac{5}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi)$$

以上より

$$\underline{\underline{\text{最大値 } \frac{13}{4}\sqrt{2} \text{ (} \theta = \frac{5}{12}\pi, \frac{13}{12}\pi \text{ のとき)}}$$

$$\underline{\underline{\text{最小値 } -\frac{7}{2}\sqrt{2} \text{ (} \theta = \frac{7}{4}\pi \text{ のとき)}}} \dots (\text{答})$$

(1) (証) $f(x) = x^2 - 2(c+1)x + c^2 - 2c + 9$ とおく.

$$f(c) = c^2 - 2(c+1)c + c^2 - 2c + 9 = -4c + 9 < 0 \quad (c \geq 3).$$

$\therefore f(c) < 0$ であり, $y = f(x)$ のグラフが下に凸の放物線であることから,

$f(x) = 0$ は c より大きい実数解と c より小さい実数解をもつ (証終).

(2) (証) $x^2 - 2(a_{n+1})x + a_n^2 - 2a_n + 9 = 0$ ②

与えられた条件と②より $n \geq 2$ のとき $x^2 - 2(a_{n-1}+1)x + a_{n-1}^2 - 2a_{n-1} + 9 = 0$

の解のうち大きい方が a_n であり, $a_n^2 - 2(a_{n-1}+1)a_n + a_{n-1}^2 - 2a_{n-1} + 9 = 0$.

これを変形して $a_{n-1}^2 - 2(a_{n+1})a_{n-1} + a_n^2 - 2a_n + 9 = 0$ とすれば, これは a_{n-1} が

②の解であることを示し, ②の解のもう一方は a_{n+1} であり, $a_{n-1} < a_{n+1}$

なので②の解のうち小さい方が a_{n-1} である (証終).

(3) (証) $n \geq 2$ のとき②の解は a_{n+1}, a_{n-1} であり, 係数の関係より

$$a_{n+1} + a_{n-1} = 2(a_n + 1), \quad \therefore a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + 2 \quad (*) \quad (\text{証終}).$$

(4) (*)より $a_{n+1} - a_n = a_n - a_{n-1} + 2$, $b_n = a_{n+1} - a_n$ とすると

$$b_n = b_{n-1} + 2 \quad (**), \quad \therefore x^2 - 2(a_{i+1})x + a_i^2 - 2a_i + 9 = 0 \text{ の解は}$$

$$a_1 = 3 \text{ より } x^2 - 8x + 12 = 0 \quad (x-2)(x-6) = 0, \quad x = 2, 6 \quad (a_1 < a_2 \text{ より}) \quad a_2 = 6.$$

$$\therefore, \therefore (**)\text{より } b_n = b_1 + (n-1) \cdot 2 = (a_2 - a_1) + (n-1) \cdot 2$$

$$= (6-3) + (n-1) \cdot 2$$

$$= 2n+1.$$

よって, $a_{n+1} - a_n = 2n+1$ より $n \geq 2$ のとき

$$a_n = a_1 + \sum_{k=1}^{n-1} (2k+1) = 3 + \frac{n-1}{2} \{3 + (2n-1)\} = n^2 + 2 \quad (n=1 \text{ のときも成り立つ}).$$

以上より $\underline{b_n = 2n+1}, \underline{a_n = n^2 + 2} \quad (n=1, 2, 3, \dots)$. \dots (答)

$$(1) \quad \vec{AB} = (1, -2, 1), \quad \vec{CD} = -(1, 1, -2)$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{CD}| = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 1 \times 1 + (-2) \times 1 + 1 \times (-2) = -3$$

\vec{AB} , \vec{CD} のなす角を θ ($0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) とすると

$$\cos \theta = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{CD}}{|\vec{AB}| |\vec{CD}|} = \frac{-3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = -\frac{1}{2}$$

よって 求めるなす角は 120° ... (答)

(2) l, m 上の任意の点をそれぞれ P, Q とすると

$$\vec{OP} = \vec{OA} + s\vec{AB}, \quad \vec{OQ} = \vec{OC} + t\vec{CD} \quad (s, t \text{ は実数}) \text{ とおける}$$

$$\vec{OP} = (2, 0, 4) + s(1, -2, 1) = (2+s, -2s, 4+s)$$

$$\vec{OQ} = (3, 2, 2) + t(1, 1, -2) = (3+t, 2+t, 2-2t)$$

l, m が交わると仮定すると

$$\begin{cases} 2+s = 3+t \quad \dots \textcircled{1} \\ -2s = 2+t \quad \dots \textcircled{2} \\ 4+s = 2-2t \quad \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

を同時にみたす実数 s, t が存在する。

①, ② を解くと、 $s = \frac{-1}{3}$, $t = \frac{-4}{3}$ であるが、

これは ③ をみたさない。よって ①, ②, ③ を同時に

みたす実数 s, t が存在しないので.

l, m は交わらない。... (答)

(3) (2) で定めた P, Q を用いて.

$\vec{PQ} \perp l$ かつ $\vec{PQ} \perp m$ のときを考える。

$$\vec{PQ} = (1-s+t, 2+2s+t, -2-s-2t)$$

$\vec{PQ} \perp l$ のとき $\vec{PQ} \perp \vec{AB}$ より

$$\vec{PQ} \cdot \vec{AB} = 0 \text{ を計算して } 6s+3t = -5 \dots \textcircled{4}$$

$\vec{PQ} \perp m$ のとき $\vec{PQ} \perp \vec{CD}$ より

$$\vec{PQ} \cdot \vec{CD} = 0 \text{ を計算して } 3s+6t = -7 \dots \textcircled{5}$$

$$\textcircled{4}, \textcircled{5} \text{ より } s = \frac{-1}{3}, t = -1$$

このとき $P\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{11}{3}\right), Q(2, 1, 4)$

よって n と l の交点は $\left(\frac{5}{3}, \frac{2}{3}, \frac{11}{3}\right)$
 n と m の交点は $\underline{\underline{(2, 1, 4)}}$ } ... (答)

3-3

(1) $m=2$ より $-1, 0, 1, 1$ の4枚のカードから取り出す。

$X \geq 0$ となるのは, $0, 1, 1$ の3枚のうち2枚取り出す場合であるから, $P(X \geq 0) = \frac{{}_3C_2}{{}_4C_2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$... (答)

(2) $m=9$ より $-1, 0, 1$ (9枚) の11枚のカードから取り出す。

$Y=1$ となる事象の余事象 $Y=0$ は $-1, 0$ の2枚を取り出す場合であるから, $P(Y=1) = 1 - \frac{1}{{}_{11}C_2} = \underline{\underline{\frac{54}{55}}}$... (答)

(3) (i) $XY=-1$ となるのは, -1 と 1 を取り出す場合であるから

$$P(XY=-1) = \frac{1 \times {}_m C_1}{{}_{m+2} C_2} = \frac{2m}{(m+2)(m+1)}$$

(ii) $XY=0$ となるのは, 0 を取り出す場合であるから

$$P(XY=0) = \frac{1 \times {}_{m+1} C_1}{{}_{m+2} C_2} = \frac{2}{m+2}$$

(iii) $XY=1$ となるのは, 1 を2枚取り出す場合であるから

$$m \geq 2 \text{ のとき } P(XY=1) = \frac{{}_m C_2}{{}_{m+2} C_2} = \frac{m(m-1)}{(m+2)(m+1)} \quad (m=1 \text{ のときも成り立つ。})$$

(i) ~ (iii) より XY の確率分布は次のようになる。

XY	-1	0	1	計
P	$\frac{2m}{(m+2)(m+1)}$	$\frac{2}{m+2}$	$\frac{m(m-1)}{(m+2)(m+1)}$	1

$$\begin{aligned} \text{したがって } E(XY) &= \frac{-2m}{(m+2)(m+1)} + \frac{m(m-1)}{(m+2)(m+1)} \\ &= \frac{m(m-3)}{(m+2)(m+1)} > 0 \text{ より} \end{aligned}$$

m が自然数であるから, $m > 3$

これをみたす最小の自然数は $\underline{\underline{m=4}}$... (答)

4 #1

(1) ① 直線は $y = mx$ ($m > 0$) とおいた。

② ① の式を C の式に代入。 $4m^2x^2 - 4x + 3 = 0$ ①

C と L は接するから ① の判別式を 0 とすると

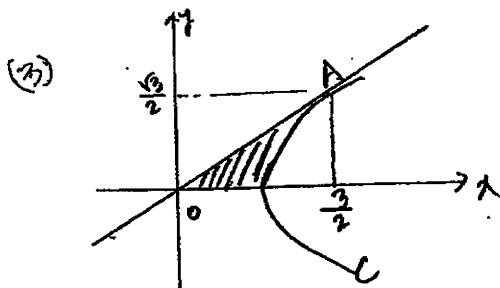
$$\frac{D}{4} = 4 - 4m^2 \cdot 3 = 0$$

$$m^2 = \frac{1}{3} \quad m > 0 \text{ より } m = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

② ① を解くと $x = \frac{3}{2}$

③ ① より $L: y = \frac{x}{\sqrt{3}}$, $A(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$... (答)

(2) 解答は次ページ。



求める図形の面積を

$$\int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x dy - \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{2}$$

$$= \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} (y^2 + \frac{3}{4}) dy - \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

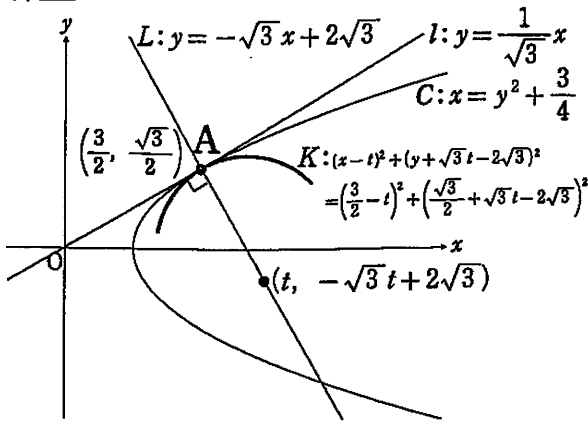
$$= [\frac{y^3}{3} + \frac{3}{4}y]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{3\sqrt{3}}{8} - \frac{3\sqrt{3}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{8} \quad \dots (答)$$

4 #2

(2) 解答



(1)より、接点AにおけるCの法線Lの方程式は

$$L: y - \frac{\sqrt{3}}{2} = -\sqrt{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore L: y = -\sqrt{3}x + 2\sqrt{3}$$

したがって、求める円Kの中心の座標を

$$(t, -\sqrt{3}t + 2\sqrt{3})$$

とおくと、半径rは

$$r = \sqrt{\left(\frac{3}{2} - t\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3}t - 2\sqrt{3}\right)^2}$$

よって、円Kの方程式は

$$K: (x-t)^2 + (y + \sqrt{3}t - 2\sqrt{3})^2 = \left(\frac{3}{2} - t\right)^2 + \left(\sqrt{3}t - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 \dots (*)$$

したがって、CとKの共有点が2個より

C: $x = y^2 + \frac{3}{4}$ を(*)に代入した方程式の実数解の個数が2個になるための条件を求めればよい。

$$\left(y^2 + \frac{3}{4} - t\right)^2 + (y + \sqrt{3}t - 2\sqrt{3})^2 = \left(\frac{3}{2} - t\right)^2 + \left(\sqrt{3}t - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$y^4 + \left(\frac{3}{2} - 2t\right)y^2 + \frac{9}{16} - \frac{3}{2}t + t^2 + y^2 + (2\sqrt{3}t - 4\sqrt{3})y + 3t^2 - 12t + 12 = \frac{9}{4} - 3t + t^2 + 3t^2 - 9t + \frac{27}{4}$$

$$y^4 + \left(\frac{5}{2} - 2t\right)y^2 + (2\sqrt{3}t - 4\sqrt{3})y - \frac{3}{2}t + \frac{57}{16} = 0$$

$$16y^4 + (40 - 32t)y^2 + (32\sqrt{3}t - 64\sqrt{3})y - 24t + 57 = 0$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \frac{\sqrt{3}}{2} & 16 & 0 & 40-32t & 32\sqrt{3}t-64\sqrt{3} & -24t+57 \\ + & 8\sqrt{3} & 12 & 26\sqrt{3}-16\sqrt{3}t & 24t-57 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} \frac{\sqrt{3}}{2} & 16 & 8\sqrt{3} & 52-32t & 16\sqrt{3}t-38\sqrt{3} & 0 \\ + & 8\sqrt{3} & 24 & 38\sqrt{3}-16\sqrt{3}t & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 16 & 16\sqrt{3} & 76-32t & & 0 \end{array}$$

$$\left(y - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 (16y^2 + 16\sqrt{3}y + 76 - 32t) = 0$$

$$(2y - \sqrt{3})^2 (4y^2 + 4\sqrt{3}y + 19 - 8t) = 0 \dots (**)$$

(右上へ続く)

(i) $4y^2 + 4\sqrt{3}y + 19 - 8t = 0$ が2重解をもつとき

$$\text{判別式 } \frac{D}{4} = (2\sqrt{3})^2 - 4(19 - 8t) = 0$$

$$12 - 76 + 32t = 0$$

$$\therefore t = 2$$

このとき、(**)は

$$(2y - \sqrt{3})^2 (4y^2 + 4\sqrt{3}y + 3) = 0$$

$$(2y - \sqrt{3})^2 (2y + \sqrt{3})^2 = 0$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (2重解)}, -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (2重解)}$$

よって、 $t = 2$ は適する。

したがって、(*)より、 $K: (x-2)^2 + y^2 = 1$

(ii) $4y^2 + 4\sqrt{3}y + 19 - 8t = 0$ が $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ を解にもつとき

$$3 + 6 + 19 - 8t = 0$$

$$\therefore t = \frac{7}{2}$$

このとき、(**)は

$$(2y - \sqrt{3})^2 (4y^2 + 4\sqrt{3}y - 9) = 0$$

$$(2y - \sqrt{3})^2 (2y + 3\sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore y = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (3重解)}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

よって、 $t = \frac{7}{2}$ は適する。

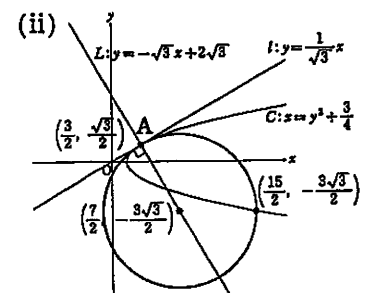
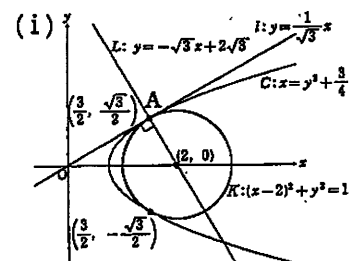
したがって、(*)より、

$$K: \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 16$$

(i)(ii)より

$$(x-2)^2 + y^2 = 1, \left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 16 \dots \text{図}$$

(参考図)



(2)の解答に関しましては

独立行政法人 国立高等専門学校機構

鹿児島工業高等専門学校准教授

精松祐介先生からご提供いただきました。

5

(1) (証) $g(x)=0$ の解を α , $h(x)=0$ の解を β とおくと,

$$\alpha^2 + \alpha + 1 = 0, \beta^2 - \beta + 1 = 0 \text{ が成り立つ. } \therefore a \neq 0,$$

$$\alpha^3 - 1 = (\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0, \beta^3 + 1 = (\beta + 1)(\beta^2 - \beta + 1) = 0$$

よって $\alpha^3 = 1$ と $\beta^3 = -1$ である. (証終)

(2) (証) $r(x) = ax + b$ とおく. $f(x) = g(x)g(x) + r(x) = (x^2 + x + 1)g(x) + ax + b$.

$g(x) = 0$ の解を w_1, w_2 ($w_1 \neq w_2$) とおくと, (1)より $w_1^3 = w_2^3 = 1, g(w_1) = g(w_2) = 0$ である,

$$f(w_1) = (w_1^3)^{2n} + (w_1^3)^n - 2 = 1 + 1 - 2 = 0, \text{ 同様に, } f(w_2) = 0 \text{ である.}$$

$$f(w_1) = aw_1 + b = 0 \text{ --- ①, } f(w_2) = aw_2 + b = 0 \text{ --- ②}$$

$$\text{①} - \text{② より } a(w_1 - w_2) = 0. \text{ } w_1 \neq w_2 \text{ より } a = 0. \therefore a \neq 0 \text{ より } b = 0$$

よって, $r(x) = 0$ となり $f(x)$ は $g(x)$ で割り切れる. (証終)

(3) (証) $h(x) = x^2 - x + 1 = 0$ の虚数解の一つを β とおくと, (1)より $\beta^3 = -1$

$$f(x) \text{ が } h(x) \text{ で割り切れるから } f(\beta) = (\beta^3)^{2n} + (\beta^3)^n - 2 = (-1)^{2n} + (-1)^n - 2 = 0$$

よって, $(-1)^n = 1$ となり n は偶数である. (証終)

$$(4) f(x) = x^6 + x^3 - 2 = (x^3 + 2)(x^3 - 1) = 0 \quad \therefore x^3 = -2, 1.$$

$$x = r(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi) \text{ とおくと, } x^3 = -2 \text{ より}$$

$$r^3(\cos 3\theta + i \sin 3\theta) = 2(\cos \pi + i \sin \pi), \text{ よって, } r^3 = 2, \theta = \pi + 2k\pi \text{ (} k \text{ は整数)}$$

$$r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi \text{ より } r = \sqrt[3]{2}, \theta = \frac{(2k+1)\pi}{3} \text{ (} k = 0, 1, 2).$$

$$x^3 = 1 \text{ より } r^3(\cos \theta + i \sin \theta) = 1(\cos 0 + i \sin 0) \text{ より } r^3 = 1, \theta = 0 + 2l\pi$$

$$r > 0, 0 \leq \theta < 2\pi \text{ より } r = 1, \theta = \frac{2l\pi}{3} \text{ (} l = 0, 1, 2).$$

$$\text{よって, } x = \sqrt[3]{2} \left(\cos \frac{(2k+1)\pi}{3} + i \sin \frac{(2k+1)\pi}{3} \right), \cos \frac{2l\pi}{3} + i \sin \frac{2l\pi}{3} \text{ (} k = 0, 1, 2, l = 0, 1, 2) \dots \text{ (答)}$$

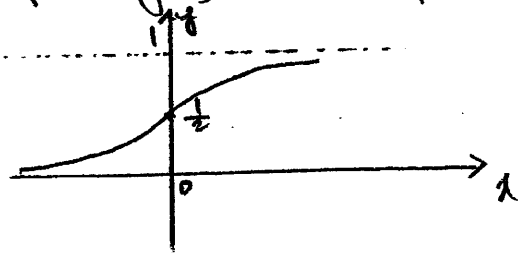
① $e^x + 1 > 0$ 所以定義域はすべての実数

$$f(x) = \frac{e^x(e^x+1) - e^x e^x}{(e^x+1)^2} = \frac{e^x}{(e^x+1)^2} > 0$$

つまり $f(x)$ は単調増加

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{e^x}} = 1$$

つまり $y = f(x)$ のグラフは次のようになる



② $0 \leq x \leq \log 2$ のとき $f(x) > 0$ 所以

求める面積 S とすると

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\log 2} \frac{e^x}{e^x+1} dx = \int_0^{\log 2} \frac{(e^x+1)'}{e^x+1} dx \\ &= [\log(e^x+1)]_0^{\log 2} = \underline{\underline{\log \frac{3}{2}}} \quad \left(\frac{1}{2}\right) \end{aligned}$$

③ 求める面積 T とすると

$$T = \pi \int_0^{\log 2} \left(\frac{e^x}{e^x+1} \right)^2 dx$$

$$x = e^x + 1 \text{ とおくと } dx = e^x dx,$$

$$x: 0 \rightarrow \log 2 \text{ と } x: 2 \rightarrow 3$$

$$T = \pi \int_2^3 \frac{x-1}{x^2} dx = \pi \int_2^3 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx$$

教育 2-2 2枚目

$$= \pi \left(\log \left(A + \frac{1}{A} \right) \right)_2^3$$

$$= \pi \left(\log \frac{3}{2} - \frac{1}{6} \right) - \frac{1}{6}$$